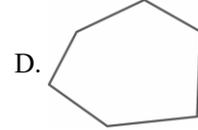
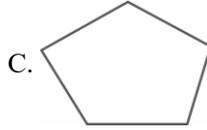
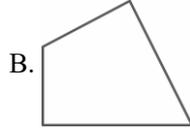
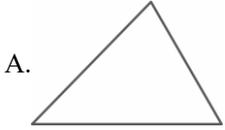


2025 北京东城初二（上）期末

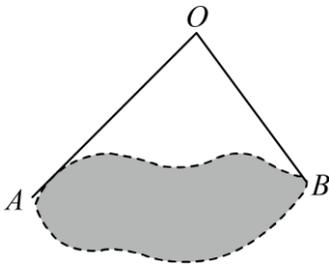
数 学

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 内角和为 540° 的多边形是 ()



2. 如图，为估计池塘岸边 A ， B 两点的距离，小方同学在池塘的一侧选取一点 O ，则得 $OA = 14\text{m}$ ， $OB = 9\text{m}$ ，则点 A ， B 间的距离不可能是 ()



A. 5m B. 10m C. 15m D. 20m

3. 下列各式计算正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

B. $a^6 \div a^2 = a^4$

C. $(a^3)^2 = a^5$

D. $(2a^2b)^3 = 2a^6b^3$

4. 在一些科学研究或工程实验中，对测量结果的误差分析是非常重要的。例如，某个测量值的误差范围是 ± 0.00056 ，用科学记数法表示这个误差值可以更直观地看出误差的大小和相对精度 0.00056 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.56×10^{-3} B. 5.6×10^{-4} C. 5.6×10^{-5} D. 5.6×10^4

5. 下列图形中，是轴对称图形的是 ()



6. 下列分式变形正确的是 ()

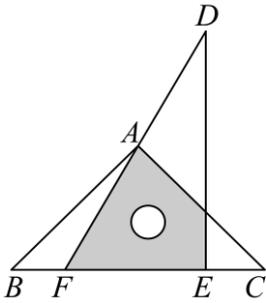
A. $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a - b$

B. $\frac{2b + a}{b^2} = \frac{2 + a}{b}$

C. $\frac{0.2y + 1}{0.5x} = \frac{2y + 1}{5x}$

D. $\frac{a^2 - 4a + 4}{a - 2} = a - 2$

7. 将一副三角板按如图所示的方式放置，图中 $\angle CAF$ 的大小等于 ()



- A. 50° B. 60° C. 75° D. 85°

8. 下面是“作一个角使其等于 $\angle AOB$ ”的尺规作图方法.

(1) 如图, 以点 O 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 OA , OB 于点 C , D ;

(2) 作射线 $O'A'$, 以点 O' 为圆心, OC 长为半径画弧, 交 $O'A'$ 于点 C' ; 以点 C' 为圆心, CD 长为半径画弧, 两弧交于点 D' ;

(3) 过点 D' 作射线 $O'B'$, 则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

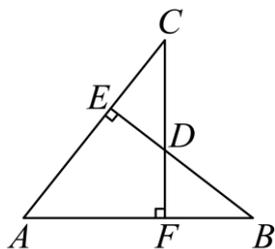
上述方法通过判定 $\triangle C'O'D' \cong \triangle COD$ 得到 $\angle A'O'B' = \angle AOB$, 其中判定 $\triangle C'O'D' \cong \triangle COD$ 的依据是 ()

- A. 三边分别相等的两个三角形全等
 B. 两边及其夹角分别相等的两个三角形全等
 C. 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等
 D. 两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等

9. 牛奶和鸡蛋中含有丰富的蛋白质. 已知 m 克牛奶中含 a 克蛋白质, 比 n 克鸡蛋中含的蛋白质少 b 克, 则 m 克鸡蛋中蛋白质的含量是 () 克

- A. $\frac{m(a-b)}{n}$ B. $\frac{m(a+b)}{n}$ C. $\frac{n(a-b)}{m}$ D. $\frac{n(a+b)}{m}$

10. 如图, $AB = AC$, $BE \perp AC$, $CF \perp AB$, 垂足分别为 E , F , CF 与 BE 交于点 D , 下列结论: ① $\triangle ABE \cong \triangle ACF$; ② $\triangle BDF \cong \triangle CDE$; ③ 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上; ④ $AB = DF + DB$. 其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①②

B. ②③

C. ①②③

D. ①②③④

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分.

11. 港珠澳大桥全长约 55 公里，集桥、岛、隧于一体，是连接香港、珠海和澳门的超大型跨海通道，是迄今世界最长的跨海大桥. 下图是港珠澳大桥中的斜拉索桥，索塔、斜拉索、桥面构成了三角形，这样使其更稳定，其中运用的数学原理是_____.

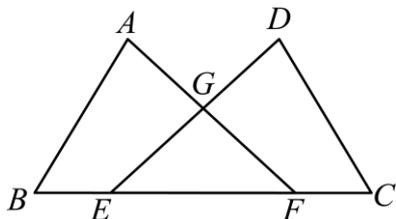


12. 若分式 $\frac{x^2}{x-5}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____.

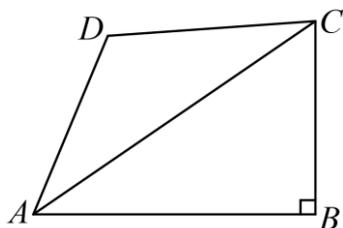
13. 因式分解： $a^3 - 4ab^2 =$ _____.

14. 计算： $(\frac{1}{3})^{-1} + (\pi - \sqrt{3})^0 =$ _____.

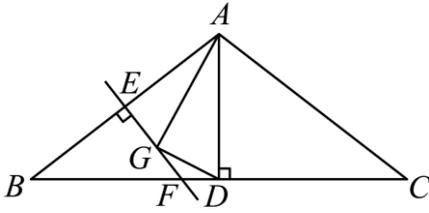
15. 如图，点 E, F 在 BC 上， $AB = CD$ ， $AF = DE$ ， AF, DE 相交于点 G ，若添加一个条件，可使得 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，则添加的条件可以是_____.



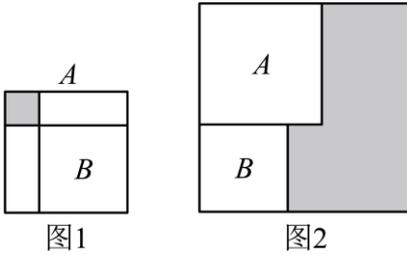
16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD = BC = 4$ ， $AB = 6$ ，若 AC 平分 $\angle BAD$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积为_____.



17. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ， EF 垂直平分 AB ，交 AB 于点 E ，交 BC 于点 F ，点 G 是线段 EF 上的一动点，若 $\triangle ABC$ 的面积是 6cm^2 ， $BC = 6\text{cm}$ ，则 $\triangle ADG$ 的周长最小值是_____.



18. 如图，有正方形 A ， B ，现将 B 放在 A 的内部得图1，将 A ， B 并列放置后构造新的正方形得图2，若图1，图2中阴影部分的面积分别为4，30. 下列说法正确的有_____. ①正方形 A 和 B 的面积和是34；②图2中新的正方形的面积是64；③正方形 A 和 B 的面积差是16；④正方形 A 的边长是5.



三、解答题：本题共10小题，共54分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

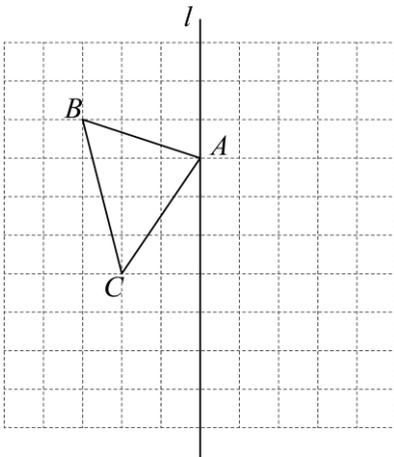
19. 计算： $a^4 \cdot (2a)^2 + (a^3)^3 - 6a^9 \div 2a^3$.

20. 解分式方程： $\frac{4}{x^2 - 2x} = 1 + \frac{x}{2 - x}$.

21. 已知： $3mn = 5m^2 - 2$ ，求代数式 $(m+n)(m-n) + (3m-n)^2$ 的值.

22. 先化简 $\left(\frac{4x+5}{x-1} + x+1\right) \div \frac{x+2}{x-1}$ ，再选一个合适的数作为 x 值代入，求出代数式的值.

23. 如图，在所给正方形网格图中完成下列各题， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上（用无刻度的直尺画图）.

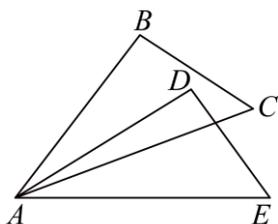


(1) 画出 $\triangle ABC$ 的中线 AD ；

(2) 作出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

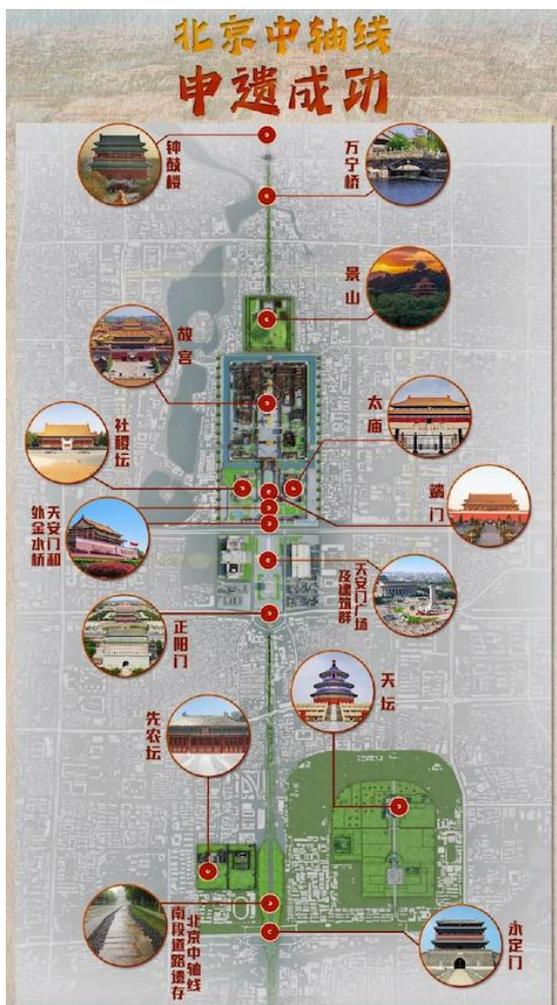
(3) 在直线 l 上找到一点 Q ，使 $QB + QC$ 的值最小。

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AB = AD$ ， $\angle BAD = \angle CAE$ ， $AC = AE$ 。求证： $BC = DE$ 。



25. 列分式方程解应用题：

2024年7月27日，北京中轴线申遗成功。中轴线南起永定门，北至钟鼓楼。某班级两个小组分别在永定门和钟鼓楼参观之后，他们同时出发到故宫集合。第一小组从永定门骑行至故宫，行程约6.4km，第二小组从钟鼓楼步行至故宫，行程约3.7km。已知骑行的速度是步行速度的2倍，第一小组比第二小组提前6分钟到达，求第二小组步行的速度是每小时多少千米。



26. 已知 $m = \frac{1}{(n+2)^2 - n^2}$ (n 是正整数)， m 叫作 n 的平方差倒数。例如 $\frac{1}{16} = \frac{1}{5^2 - 3^2}$ ， $\frac{1}{16}$ 叫作 3 的平方差倒数。

(1) 4 的平方差倒数是_____；

(2) $m = \frac{2}{62-n}$ 是 n 的平方差倒数, 求 m 的值;

(3) 已知 $m = \frac{1}{(a-2b)^2 - 3(b^2 - 2ab + 12)}$ 是某一正整数的平方差倒数 (a, b 是正整数), 求 $a+b$ 的最小值.

小值.

27. 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle ABO = 90^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$, C 为直线 OB 上一点 (点 C 不与点 O , 点 B 重合), 点 C 关于点 B 的对称点为点 D , 连接 AC , 在直线 OA 上取一点 E , 使 $CE = AC$, 直线 CE 交直线 AD 于点 F .

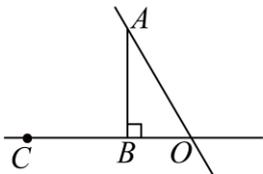


图1

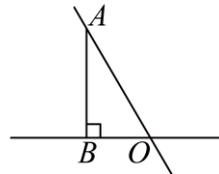


图2

(1) 当点 C 在如图 1 所在位置时, 请补全图形.

①若 $\angle OAD = \alpha$, 求 $\angle AEC$ 的度数 (用含 α 的式子表示);

②写出此时 OA , OC , OE 之间的数量关系, 并证明;

(2) 当点 C 不在如图 1 所在位置时, 请你确定一个满足题意的点 C 的位置, 在图 2 中补全图形, 直接写出一个 OA , OC , OE 之间的数量关系. (要求: 和 (1) 中 OA , OC , OE 之间的数量关系不同)

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 过点 $P(m,0)$ 作直线 $l \perp x$ 轴, 图形 W 关于直线 l 的对称图形为 W' , 图形 W' 上任一点到 x 轴, y 轴的距离的最大值是 d , 称 d 是图形 W 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”.

已知点 $A(3,2)$, $B(5,2)$.

(1) ①线段 AB 关于直线 l 的 1 倍镜像“接收距离”是_____;

②线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”是 2, m 的取值范围是_____;

(2) 点 $C(-3,3)$, $\triangle ABC$ 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”的最小值是_____.

(3) 点 $D(-4,-3)$, $E(-2,-3)$, 线段 DE 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”小于线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”, 求 m 的取值范围 (直接写出结果即可).

参考答案

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 【答案】C

【详解】设它是 n 边形，

根据题意得， $(n-2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$ ，

解得： $n=5$ 。

故选：C。

2. 【答案】A

【分析】本题主要考查了三角形三边的关系，三角形中，任意两边之差小于第三边，任意两边之和大于第三边，据此求出 AB 的取值范围即可得到答案。

【详解】解：由题意得， $OA-OB < AB < OA+OB$ ，

$\therefore 14-9 < AB < 14+9$ ，

$\therefore 5\text{m} < AB < 23\text{m}$ ，

\therefore 四个选项中，只有 A 选项符合题意，

故选 A

3. 【答案】B

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；同底数幂相除，底数不变指数相减；幂的乘方，底数不变指数相乘；积的乘方，等于把积中的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘；对各选项分析判断后利用排除法求解。

本题考查了同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算法则是解题的关键。

【详解】解：A、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故此选项不符合题意；

B、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故此选项符合题意；

C、 $(a^3)^2 = a^6$ ，故此选项不符合题意；

D、 $(2a^2b)^3 = 8a^6b^3$ ，故此选项不符合题意；

故选：B。

4. 【答案】B

【分析】本题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【详解】解： $0.00056 = 5.6 \times 10^{-4}$ 。

故选：B。

5. 【答案】D

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【详解】解：A、图形不能找到一条直线，直线两旁的部分能够互相重合，不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

B、图形不能找到一条直线，直线两旁的部分能够互相重合，不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

C、图形不能找到一条直线，直线两旁的部分能够互相重合，不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D、图形能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，是轴对称图形，故此选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

6. 【答案】D

【分析】利用分式的基本性质逐项判断即可.

本题考查分式的基本性质，熟练掌握其性质是解题的关键.

【详解】解： $\frac{a^2-b^2}{a-b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} = a+b$ ，则A不符合题意；

$\frac{2b+a}{b^2}$ 无法进行约分，则B不符合题意；

$\frac{0.2y+1}{0.5x} = \frac{2y+10}{5x}$ ，则C不符合题意；

$\frac{a^2-4a+4}{a-2} = \frac{(a-2)^2}{a-2} = a-2$ ，则D符合题意；

故选：D.

7. 【答案】C

【分析】利用三角形内角和定理和三角形的外角的性质计算即可.

【详解】 $\because \angle DAC = \angle DFE + \angle C = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$,

$\therefore \angle CAF = 180^\circ - \angle DAC = 75^\circ$,

故选C.

【点睛】考查了三角形外角的性质，解题关键是利用了三角形的外角的性质.

8. 【答案】A

【分析】根据基本作图中，判定三角形全等的依据是边边边，解答即可.

本题考查了作一个角等于已知角的基本作图，熟练掌握作图的依据是解题的关键.

【详解】解：根据上述基本作图，可得 $OC = O'C'$ ， $OD = O'D'$ ， $CD = C'D'$ ，

故可得判定三角形全等的依据是边边边，

故选A.

9. 【答案】B

【分析】本题主要考查列代数式. 把问题中与数量有关的词语，用含有数字、字母和运算符号的式子表示

出来，就是列代数式。由题意知， n 克鸡蛋中含的蛋白质 $(a+b)$ 克，据此可得答案。

【详解】解：由题意知， n 克鸡蛋中含的蛋白质 $(a+b)$ 克，

所以 m 克鸡蛋中蛋白质的含量是 $\frac{m(a+b)}{n}$ 克。

故选：B。

10. 【答案】C

【分析】本题主要考查了垂直定义，全等三角形的判定与性质，角平分线的判定，熟记三角形判定定理是解决问题的关键。根据垂直的定义得到 $\angle AFC = \angle AEB = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle B = \angle C$ ，由全等三角形的判定定理得到 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA)，故①选项正确，由 $AE = AF, AC = AB$ ，得 $BF = CE$ ，于是得到 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ (AAS)，选项②正确，根据全等三角形的性质得到 $AE = AF, AC = AB$ ，连接 AD ，证得 $\text{Rt}\triangle AFD \cong \text{Rt}\triangle AED$ (HL)，根据全等三角形的性质得到 $\angle DAF = \angle DAE$ ，即点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上，选项③正确，由 $DE = DF$ ，得到 $DF + BD = DE + BD = BE$ ，根据 $AB > BE$ ， $AB > DF + DB$ ，选项④错误，进而得到答案。

【详解】解： $\because AB = AC, BE \perp AC, CF \perp AB$ ，

$\therefore \angle AFC = \angle AEB = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中， $\angle B = 90^\circ - \angle A$ ，在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中 $\angle C = 90^\circ - \angle A$ ，

$\therefore \angle B = \angle C$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle A \\ AB = AC \\ \angle B = \angle C \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA)，故①选项正确；

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，

$\therefore AE = AF$ ，

$\therefore AC = AB$ ，

得 $BF = CE$ ，

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中，

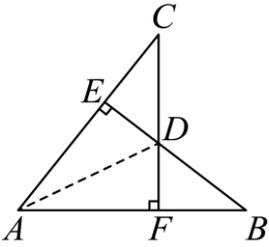
$$\begin{cases} \angle BFD = \angle CED = 90^\circ \\ \angle B = \angle C \\ BF = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE$ (AAS)，选项②正确；

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，

$\therefore AE = AF, AC = AB$ ，

连接 AD ,



在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 和 $\text{Rt}\triangle AED$ 中,

$$\begin{cases} AE = AF \\ AD = AD \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AFD \cong \text{Rt}\triangle AED$ (HL),

$\therefore \angle DAF = \angle DAE$, 即点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上, 选项③正确;

$\because \triangle BDF \cong \triangle CDE$,

$\therefore DE = DF$,

$\therefore DF + BD = DE + BD = BE$,

$\because AB > BE$,

$\therefore AB > DF + DB$, 选项④错误;

故正确的为①②③,

故选: C.

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分.

11. 【答案】三角形具有稳定性

【分析】根据三角形具有稳定性解答即可.

本题考查的是三角形的性质的应用, 熟记三角形具有稳定性是解题的关键.

【详解】解: 港珠澳大桥中的斜拉索桥, 索塔、斜拉索、桥面构成了三角形, 这样使其更稳定, 其中运用的数学原理是三角形具有稳定性,

故答案为: 三角形具有稳定性.

12. 【答案】 $x \neq 5$

【分析】本题主要考查了分式有意义的条件, 熟记分式有意义的条件是分母不等于零是解题的关键.

根据分式的分母不为零列出不等式求解即可.

【详解】解: 由题意得: $x - 5 \neq 0$,

解得: $x \neq 5$.

故答案为: $x \neq 5$.

13. 【答案】 $a(a+2b)(a-2b)$

【分析】先提取公因式 a , 再利用平方差公式分解因式即可.

【详解】解: $a^3 - 4ab^2$

$$= a(a^2 - 4b^2)$$

$$= a(a+2b)(a-2b),$$

故答案为: $a(a+2b)(a-2b)$.

【点睛】本题主要考查了分解因式, 熟知分解因式的方法是解题的关键.

14. 【答案】4

【分析】根据负指数幂和零指数幂的运算法则进行计算.

【详解】解: 原式 $= 3+1=4$.

故答案为: 4.

【点睛】本题考查负指数幂和零指数幂的计算, 解题的关键是掌握负指数幂和零指数幂的运算法则.

15. 【答案】 $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

【分析】本题考查了三角形全等的判定: 添加条件使三角形全等, 由全等三角形的判定方法, 即可得到答案.

【详解】依题意, 若添加条件是 $\angle A = \angle D$,

\therefore 在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle A = \angle D, \\ AF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$ (SAS)

\therefore 使得 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$,

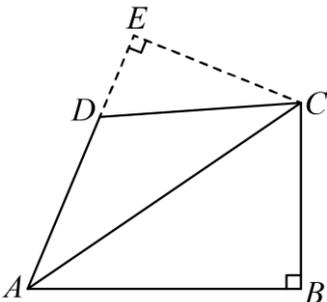
则添加的条件可以是 $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

故答案为: $\angle A = \angle D$ (答案不唯一)

16. 【答案】20

【分析】本题主要考查了角平分线的性质定理, 理解并掌握角平分线的性质定理是解题关键. 过点 C 作 $CE \perp AD$, 交 AD 延长线于点 E , 根据“角平分线上的点到角的两边的距离相等”可得 $CE = BC = 4$, 然后由四边形 $ABCD$ 的面积 $S = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC}$ 求解, 即可获得答案.

【详解】解: 如下图, 过点 C 作 $CE \perp AD$, 交 AD 延长线于点 E ,



$\therefore AC$ 平分 $\angle BAD$, $CE \perp AD$, $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore CE = BC = 4$,

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积 $S = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ABC}$

$$= \frac{1}{2} AD \cdot CE + \frac{1}{2} AB \cdot BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$

$$= 8 + 12$$

$$= 20.$$

故答案为：20.

17. 【答案】5cm ##5 厘米

【分析】如图所示，连接 BG ，根据线段垂直平分线的性质得到 $AG = BG$ ，进而证明当 B 、 D 、 G 三点共线，即点 G 与点 F 重合时， $BG + DG$ 最小，最小值为 BD ，利用三线合一定理和三角形面积公式求出 BD 、 AD 即可得到答案.

【详解】解：如图所示，连接 BG ，

∵ EF 是线段 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AG = BG,$$

$$\therefore \triangle ADG \text{ 的周长} = AD + AG + DG = AD + BG + DG,$$

∴ 要使 $\triangle ADG$ 的周长最小，即要使 $BG + DG$ 最小，

∴ 当 B 、 D 、 G 三点共线，即点 G 与点 F 重合时， $BG + DG$ 最小，最小值为 BD ，

∵ $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，

$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2} BC = 3\text{cm},$$

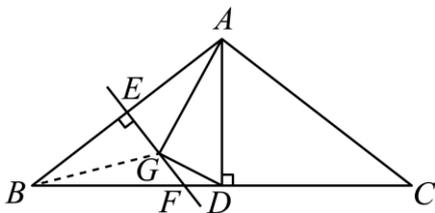
∵ $\triangle ABC$ 的面积是 6cm^2 ，

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AD = 6,$$

$$\therefore AD = 2\text{cm},$$

∴ $\triangle ADG$ 的周长最小值是 $3 + 2 = 5\text{cm}$ ，

故答案为：5cm.



【点睛】本题主要考查了三线合一定理，三角形面积，线段垂直平分

线的性质，正确根据题意得到当 B 、 D 、 G 三点共线，即点 G 与点 F 重合时， $BG + DG$ 最小，最小值为 BD 是解题的关键.

18. 【答案】①②③④

【分析】根据图 1、图 2 与正方形 A 、正方形 B 的关系以及正方形面积的计算方法逐项进行判断即可.

本题考查完全平方公式的几何背景，掌握完全平方公式的结构特征是正确解答的关键。

【详解】解：设正方形 A 的边长为 a ，正方形 B 的边长为 b ，

图 1 的阴影部分是边长为 $a-b$ 的正方形，因此面积为 $(a-b)^2$ ，

图 2 的阴影部分是边长为 $a+b$ 的大正方形与边长为 a ，边长为 b 的两个正方形的面积差，即 $(a+b)^2 - a^2 - b^2$ ，

又∵图 1，图 2 中阴影部分的面积分别为 4，30。

∴ $(a-b)^2 = 4$ ， $(a+b)^2 - a^2 - b^2 = 30$ ，即 $ab = 15$ ，

∴ $a^2 - 2ab + b^2 = 4$ ，

即 $a^2 + b^2 = 4 + 2ab = 4 + 30 = 34$ ，

因此①正确；

∴ $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab = 4 + 60 = 64$ ，

因此②正确；

∴ $(a-b)^2 = 4$ ， $(a+b)^2 = 64$ ， $a > b > 0$ ，

∴ $a-b = 2$ ， $a+b = 8$ ，

∴ $a = 5$ ， $b = 3$ ，

∴ $a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16$ ，

即正方形 A 与正方形 B 的面积差为 16，

因此③正确；

由于 $a = 5$ ，即正方形 A 的边长为 5，

因此④正确；

综上所述，正确的结论有①②③④，

故答案为：①②③④。

三、解答题：本题共 10 小题，共 54 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. 【答案】 $a^9 + a^6$

【分析】根据题意，先算乘方，再算乘除，然后合并同类项即可。

本题考查了整式的混合运算，解决本题的关键是掌握整式混合运算的运算顺序和运算法则。

【详解】解： $a^4 \cdot (2a)^2 + (a^3)^3 - 6a^9 \div 2a^3$

$= a^4 \cdot 4a^2 + a^9 - 3a^6$

$= 4a^6 + a^9 - 3a^6$

$= a^9 + a^6$ 。

20. 【答案】 $x = -2$

【分析】本题考查解分式方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键。

将原方程去分母后化为整式方程，解得 x 的值后进行检验即可。

【详解】解：原方程去分母得： $4 = x^2 - 2x - x^2$ ，

整理得： $-2x = 4$ ，

解得： $x = -2$ ，

检验：当 $x = -2$ 时， $x^2 - 2x \neq 0$ ，

故原方程的解为 $x = -2$ 。

21. 【答案】 4

【分析】本题主要考查了整式的化简求值，熟练掌握乘法公式是解题关键。先根据已知条件和等式的性质求出 $10m^2 - 6mn = 4$ ，再根据乘法公式进行化简，最后把 $10m^2 - 6mn = 4$ 代入进行计算即可。

【详解】解： $\because 3mn = 5m^2 - 2$ ，

$\therefore 6mn = 10m^2 - 4$ ，即 $10m^2 - 6mn = 4$ ，

则原式 $= m^2 - n^2 + 9m^2 - 6mn + n^2$

$= n^2 - n^2 + m^2 + 9m^2 - 6mn$

$= 10m^2 - 6mn$

$= 4$ 。

22. 【答案】 $x + 2$ ，取 $x = 3$ 时，代数式值为 5（答案不唯一）

【分析】先把括号内的整式化成分母是 $x - 1$ 的分式，然后按照同分母的分式相加法则计算括号内的，再把除法化成乘法，进行约分，然后取能让分式有意义的数，代入化简后的式子进行计算即可。

本题主要考查了分式的化简求值，解题关键是熟练掌握分式的通分与约分。

【详解】解：原式 $= \left(\frac{4x+5}{x-1} + \frac{x^2-1}{x-1} \right) \div \frac{x+2}{x-1}$

$= \frac{x^2+4x+4}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+2}$

$= \frac{(x+2)^2}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+2}$

$= x + 2$ ，

$\because x = 1$ 或 -2 时分式无意义，

$\therefore x$ 不能是 1 或 -2 ，

\therefore 当 $x = 3$ 时，

原式 $= 3 + 2$

$= 5$ 。

23. 【答案】（1）作图见解析；

（2）作图见解析；（3）作图见解析。

【分析】（1）根据网格特点，找出 BC 中点，然后连接 AD 即可；

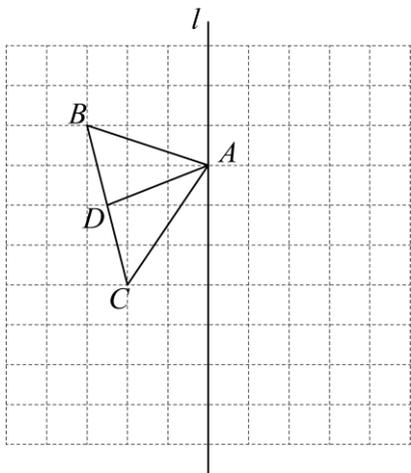
（2）利用网格特点和轴对称的性质画出 A 、 B 、 C 关于 l 的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 即可；

(3) 连接 B_1C 交 l 于 P ，利用 $PB = PB_1$ 得到 $PB + PC = B_1C$ ，则根据两点之间线段最短可判断此时 P 点满足条件；

本题考查作图-轴对称变换，轴对称最短问题等知识，解题的关键是掌握轴对称变换的性质，正确作出图形.

【小问 1 详解】

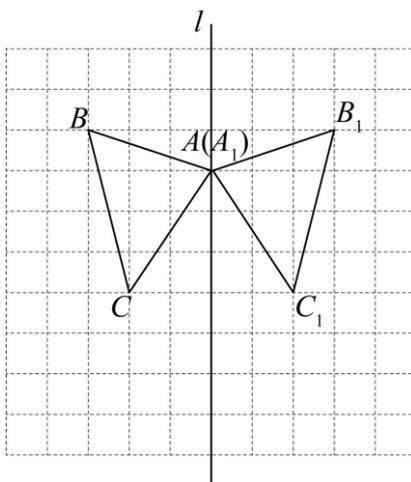
如图，找出 BC 中点 D ，然后连接 AD ，



$\therefore AD$ 即为所求；

【小问 2 详解】

如图，利用网格特点和轴对称的性质画出 A 、 B 、 C 关于 l 的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 ，

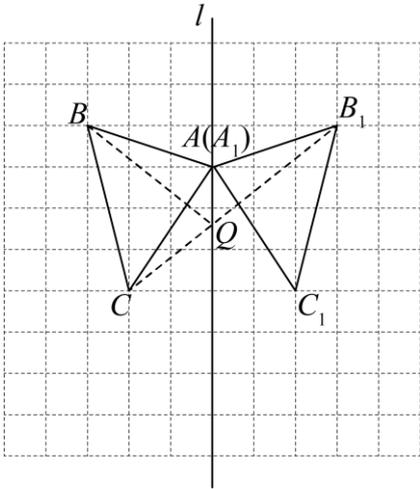


$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

【小问 3 详解】

如图，

连接 B_1C 交 l 于 Q ，利用 $QB = QB_1$ 得到 $QB + QC = B_1C$ ，则根据两点之间线段最短即可，



∴点Q即为所求.

24. 【答案】证明见解析

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，由 $\angle BAD = \angle CAE$ 可得 $\angle BAC = \angle DAE$ ，进而可证 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)，即可求证，掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

【详解】证明：∵ $\angle BAD = \angle CAE$ ，

∴ $\angle BAD + \angle CAD = \angle CAE + \angle CAD$ ，

即 $\angle BAC = \angle DAE$ ，

又∵ $AB = AD$ ， $AC = AE$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)，

∴ $BC = DE$.

25. 【答案】第二小组的步行速度是每小时5千米

【分析】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系、正确列出分式方程是解题的关键.

设第二小组的步行速度是每小时 x 千米，则第一小组的骑行速度是每小时 $2x$ 千米，根据第一小组比第二小组提前6分钟到达，列出分式方程求解即可.

【详解】解：设第二小组的步行速度是每小时 x 千米，则第一小组的骑行速度是每小时 $2x$ 千米，

依题意得： $\frac{3.7}{x} = \frac{6.4}{2x} + \frac{6}{60}$ ，

解得： $x = 5$ ，

经检验， $x = 5$ 是原方程的解，且符合题意.

答：第二小组的步行速度是每小时5千米.

26. 【答案】(1) $\frac{1}{20}$

(2) $\frac{1}{28}$

(3) 8

【分析】本题主要考查了对平方差倒数的理解，完全平方公式的应用、分式方程的实际应用，熟练掌握相

关知识是解题的关键.

(1) 根据 $m = \frac{1}{(n+2)^2 - n^2}$ (n 是正整数), m 叫作 n 的平方差倒数, 直接求解, 即可解题;

(2) 根据 “ $m = \frac{2}{62-n}$ 是 n 的平方差倒数” 结合平方差倒数概念建立分式方程求解, 即可解题;

(3) 利用因式分解化简求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because \frac{1}{(4+2)^2 - 4^2} = \frac{1}{6^2 - 4^2} = \frac{1}{20},$$

$\therefore 4$ 的平方差倒数是 $\frac{1}{20}$,

故答案为: $\frac{1}{20}$;

【小问 2 详解】

$$\text{解: 由题易得, } \frac{2}{62-n} = \frac{1}{(n+2)^2 - n^2},$$

$$\therefore \frac{2}{62-n} = \frac{1}{4n+4}$$

$$\text{即 } 8n+8 = 62-n,$$

解得 $n = 6$,

经检验, $n = 6$ 是该方程的解,

$$\text{此时 } m = \frac{2}{62-n} = \frac{2}{62-6} = \frac{1}{28};$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } m = \frac{1}{(a-2b)^2 - 3(b^2 - 2ab + 12)}$$

$$= \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2 - 36}$$

$$= \frac{1}{(a+b)^2 - 6^2},$$

$$\therefore (a+b)^2 - 6^2 = (n+2)^2 - n^2,$$

$$\therefore (a+b)^2 = 4(n+10),$$

$\because a, b, n$ 为正整数,

$\therefore n$ 可取的最小值为 6,

$\therefore a+b$ 的最小值为 8.

27. 【答案】(1) ① $\angle AEC = \alpha + 60^\circ$; ② $OC = OA + OE$, 证明见解析

(2) $OC = OA - OE$

$OC = OA + OE$ ，理由如下：

作 $CG \perp OA$ 于 G ，

$$\therefore \angle CGO = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OCG = 30^\circ,$$

$$\therefore OC = 2OG = 2OE + 2GE,$$

$$\because AC = CE,$$

$$\therefore AG = GE,$$

$$\therefore AE = 2GE$$

$$\therefore OC = 2OE + 2GE = AE + OE + OE = OA + OE.$$

【小问2详解】

如图2，

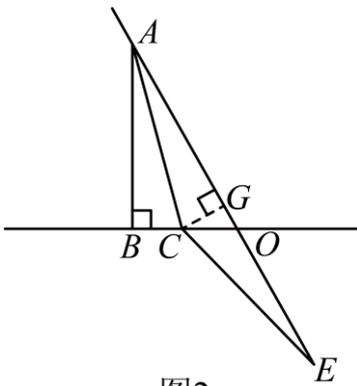


图2

当点 C 在 OB 上时，作 $CG \perp OA$ 于 G ，

$$\text{由②知， } OC = 2OG, \quad AG = EG = \frac{1}{2}AE,$$

$$\therefore OC = 2OG = 2(OA - AG) = 2\left(OA - \frac{1}{2}AE\right)$$

$$= 2\left[OA - \frac{1}{2}(OA + OE)\right] = OA - OE.$$

28. 【答案】(1) ① 3; ② $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$;

(2) 4

(3) $m < \frac{1}{4}$

【分析】本题在新定义的基础上，考查了轴对称的性质，解一元一次不等式等知识，解决问题的关键是数形结合。

(1) ① 求出 A 、 B 关于直线 l 的 1 倍镜像的对应点坐标，进而根据定义判断；

②表示出 A 、 B 关于直线 l 的 m 倍镜像的对应点坐标，根据定义列出不等式组 $\begin{cases} |2m-3| \leq 2 \\ |2m-5| \leq 2 \end{cases}$ ，进一步得出结果；

(2) 可推出 B 、 C 关于直线 l 的 m 倍镜像 B' 、 C' 的距离之差也是 8，从而得出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”的最小值；

(3) 表示出 A 、 B 、 C 、 D 于直线 l 的 m 倍镜像的对应点坐标， DE 关于直线 l 的 m 倍镜像的线段是 $D'E'$ ，根据当点 $D(-4, -3)$ ， $E(-2, -3)$ ，线段 DE 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”等于线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”时，得出 $(2m-5) + (2m+4) = 0$ ，从而求得临界 m 的值，进而得出结果。

【小问 1 详解】

解：①设线段 AB 关于直线 l 的 1 倍镜像的线段为 $A'B'$ ，

$$\therefore A'(-1, 2), B'(-3, 2),$$

\therefore 点 B' 距离 y 轴距离最大为：3，

故答案为：3；

②点 A 和 B 关于直线 $x=m$ 的对称点为： $A'(2m-3, 2)$ ， $B'(2m-5, 2)$ ，

\therefore 线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”是 2，

$$\therefore \begin{cases} |2m-3| \leq 2 \\ |2m-5| \leq 2 \end{cases},$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2},$$

故答案为： $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$ ；

【小问 2 详解】

解：如图 1，

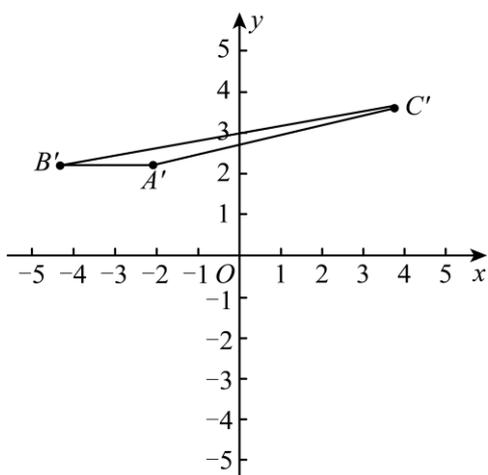


图1

$$\because A(3,2), B(5,2), C(-3,3),$$

$\therefore B、C$ 距离 y 轴的距离之差是 8,

$\therefore B、C$ 关于直线 l 的 m 倍镜像 $B'、C'$ 的距离之差也是 8,

$\therefore C(-3,3)$, $\triangle ABC$ 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”的最小值是 4,

故答案为: 4;

【小问 3 详解】

解: 如图 2,

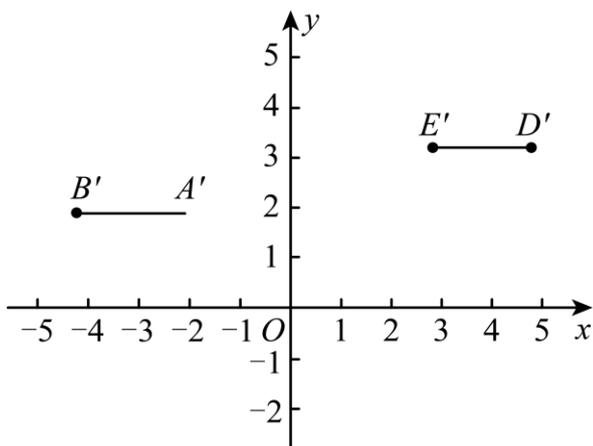


图2

点 A 和 B 关于直线 $x=m$ 的对称点为: $A'(2m-3,2)$, $B'(2m-5,2)$,

线段 DE 关于直线 l 的 m 倍镜像的线段是 $D'E'$, 则 $D'(2m+4,-3)$, $E'(2m+2)$,

当点 $D(-4,-3)$, $E(-2,-3)$, 线段 DE 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”等于线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”时,

$$(2m-5)+(2m+4)=0,$$

$$\therefore m = \frac{1}{4},$$

\therefore 当点 $D(-4,-3)$, $E(-2,-3)$, 线段 DE 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”小于线段 AB 关于直线 l 的 m 倍镜像“接收距离”时, $m < \frac{1}{4}$.